



Awalee Notes

X-VA, AUX FRONTIÈRES DU REEL

A PROPOS DES CVA, DVA, LVA et FVA

Par Aymeric Lisbonne, consultant sénior et Philippe Coumbassa, consultant

1

La valorisation des produits dérivés a connu de réelles mutations ces dernières années avec l'introduction d'ajustements principalement liés à la prise en compte du risque de contrepartie. Le calcul systématique de ces ajustements est aujourd'hui devenu la norme : pour un acteur du marché, il s'agit d'une part d'intégrer dans la valorisation de ses dérivés l'espérance des pertes éventuelles futures en cas de défaut de l'une ou l'autre de ses contreparties (CVA). En outre, les contreparties effectuant ce même travail, il retrouvera aussi dans les prix de marché de ses dérivés une composante liée à son propre risque de défaut (DVA).

Un troisième ajustement est également souvent pris en compte : il s'agit du montant des coûts/gains de funding liés à une configuration imparfaite du collatéral, ou une absence de celui-ci (FVA).

Ces ajustements sont calculés à plusieurs titres: Au front office afin de valoriser de manière adéquate les positions en portefeuille et pour évaluer le prix de chaque dérivé à traiter. Mais également pour la publication des comptes de la banque nécessitant une juste valorisation globale de son portefeuille dérivé. Enfin, à titre réglementaire, pour le calcul des fonds propres, s'agissant de la CVA réglementaire.

Après avoir défini précisément les différents ajustements (les XVA(s)), nous proposons dans cet article un framework global de valorisation des dérivés. Nous verrons en particulier que les concepts de FVA d'une part et de CVA/DVA d'autre peuvent se recouper et introduirons également la notion de LVA (Liquidity Valuation Adjustment).

BREF RETOUR SUR LA CVA

Depuis le 1er janvier 2014 le texte relatif au capital requirement (CRD 4) est appliqué pour les banques européennes. Ainsi de nouvelles lignes se sont greffées au bilan des banques notamment la nouvelle charge en fonds propres lié à la CVA.

Pour rappel, la CVA ou l'ajustement de valeur de crédit représente la valeur de marché du risque de contrepartie et elle est désormais prise en compte dans la valorisation des instruments financiers négociés de gré à gré. Elle reflète ainsi l'espérance de perte en juste valeur sur l'exposition d'une contrepartie à partir :

- de la **valeur potentielle positive** de la transaction.
- de la **probabilité de défaut** de la contrepartie.
- de l'estimation du **taux de recouvrement**.

En général, l'utilisation des spreads de crédit est requise pour estimer les probabilités de défaut. Les banques cherchent à optimiser l'utilisation de données d'entrée observables. Ces données reposent prioritairement sur des paramètres de marché tels que les CDS cotés ou des proxys de CDS.

Il existe principalement deux CVA qui se différencient par leur méthodologie et leur rôle: La CVA réglementaire et la CVA de marché. Nous les définissons ci-dessous.

CVA réglementaire

La CVA réglementaire est introduite comme son nom l'indique par le régulateur. Elle est utilisée pour le calcul de la nouvelle exigence de fonds propre au titre du risque d'ajustement de la valeur du crédit pour les opérations de marché. En effet cette charge en fonds propres est destinée à absorber les pertes liées à la volatilité de la CVA qui est sensible aux mouvements des spreads de crédit associés aux contreparties. Le calcul est réalisé selon deux approches:

• Approche standard:

L'exigence en fond propre est calculée à partir d'une formule standard qui utilise les expositions pondérées aux défaut (EAD) de chaque contrepartie sur un horizon de temps d'un an. Bien sûr cette méthode est plus coûteuse que l'approche avancée en matière de fonds propres.

• Approche avancée:

Cette approche est réservée aux banques qui sont homologuées en modèle interne par le régulateur. L'exigence en fond propre est calculée à partir de la somme d'une VaR et d'une VaR stressée lié aux mouvements des spreads de crédit.

En épluchant les bilans des principales banques française du 31 décembre 2014, la charge en fonds propres au titre de la CVA s'évalue par exemple pour BNP à 224 millions d'euros ce qui représente 9% de la charge totale en capitaux propres lié au risque de contrepartie. Les produits éligibles à la couverture de la CVA ont permis aux banques de réduire les fonds propres.

En effet pour Crédit Agricole par exemple, la charge en fonds propres a été réduite de plus 60% pour atteindre 473 millions d'euros au 31 décembre 2014 grâce entre autres à la mise en place du desk de trading CVA.

CVA de marché

Elle est destinée à gérer la valeur de marché du risque de contrepartie en temps réel. En effet la plupart des banques ont monté en parallèle un desk de trading centralisé dédié à la gestion active du risque de contrepartie. Elles souhaitent le gérer comme n'importe quel risque de marché Le but est d'être capable de fournir les greeks en CVA afin de gérer et couvrir le risque CVA. Cela permet également de réduire les fonds propres lié à la CVA réglementaire. Les expositions futures sont calculées en faisant vieillir les facteurs de risques basés sur des scénarios risque-neutre.

Formule de la CVA réglementaire

$$CVA = LGD \sum_{i=1}^n \max \left(0, \exp \left(-\frac{S_{i-1} \times t_{i-1}}{LGD_{mkt}} \right) - \exp \left(-\frac{S_i \times t_i}{LGD_{mkt}} \right) \right) \times \left(\frac{EE_{i-1} \times EE_i}{2} \right)$$

Formule de la CVA de marché

$$CVA = (1 - R) \sum_{i=1}^n EPE_i \times (P_{i-1} - P_{i-1}) \times DF_i$$

EMERGENCE DE LA FVA

Depuis la dernière crise, les banques ont pris conscience de la nécessité de prendre en compte le risque de contrepartie. Cela s'est traduit comme on l'a vu plus haut par la prise en compte de l'ajustement de la valeur du crédit. Aujourd'hui elles souhaitent prendre également en considération le coût de financement d'un dérivé. L'ajustement du coût de financement se matérialise sous l'acronyme FVA. Contrairement à la CVA, aucun cadre réglementaire n'existe pour la FVA mais il est tout aussi stratégique de la considérer car cet ajustement a une forte incidence sur le P&L. C'est en repensant la valorisation d'un dérivé sous un contrat CSA que la FVA a émergée naturellement.

Formule de valorisation

En effet on considère la valorisation d'un produit dérivé, (On considère pour simplifier qu'il s'agit d'une seule position sous ce CSA).

On souhaite obtenir une formule de valorisation globale du dérivé, prenant en compte l'impact du montant posté en collatéral. Pour cela il s'agit d'introduire ce montant comme paramètre dans l'équation aux dérivées partielle vérifiée par le prix du dérivé (cf. (1) pour la démonstration).

La solution de cette équation, qui correspond à la formule de Feynman-Kac avec prise en compte d'un montant quelconque de collatéral versé, est alors la suivante

$$V(t) = E_t \left[\exp \left(- \int_t^T r_c(u) du \right) V(T) \right] - E_t \left[\int_t^T \exp \left(- \int_t^u r_c(v) dv \right) (r_F(u) - r_C(u)) (V(u) - C(u)) du \right]$$

- $V(u)$: la valeur de la MtM de la position à l'instant u .
- $C(u)$: le montant posté en collatéral à l'instant u .
- r_F : le taux de funding, correspondant à un certain taux de prêt/emprunt lié au financement de la portion de la MtM non postée en collatéral.
- r_C : le taux de rémunération du collatéral (on considère en général le taux overnight).

Le second terme de la formule ci-dessus correspond aux coûts/gains de funding de la portion des Mark-to-Market futures $V(u)$ non postée en collatéral, sur toute la durée de vie du deal.

Une définition de la FVA

Cette formule permet donc de représenter la valorisation du dérivé comme étant la somme de sa valorisation dans le cas parfaitement collatéralisé et d'un ajustement lié aux coûts/gains dus à une configuration imparfaite (ou absence totale) du collatéral.

On considère ici que cet ajustement représente la FVA (Funding Valuation Adjustment) liée à cette position. Cette FVA s'écrit donc :

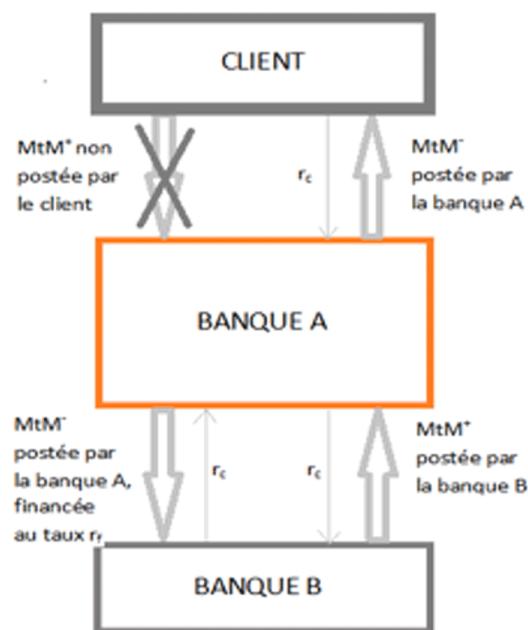
$$FVA(t) = -E_t \left[\int_t^T \exp \left(- \int_t^u r_c(v) dv \right) (r_F(u) - r_C(u)) (V(u) - C(u)) du \right]$$

La FVA est ici précisément définie comme étant la différence entre la valorisation « réelle » du dérivé (issue de l'équation aux dérivées partielles modifiée vue dans (1)) et sa valorisation avec collatéral parfait.

Pour faire le lien entre la formulation mathématique précédente et la vision économique concrète des coûts/gains de funding sur la durée de vie du dérivé, considérons le cas pratique suivant :

Une banque A à une position face à un client, avec un CSA stipulant le non paiement du collatéral par le client mais le paiement du collatéral par la banque A.

La banque A se hedge sur le marché interbancaire en contractant la position inverse face à une banque B (la MtM de A pour le deal client correspond à sa MtM face à B). On considère que ce deal est parfaitement collatéralisé.



Dans ce cas, la position est valorisée comme suit :

$$V(t) = V^c(t) - E_t \left[\int_t^T \exp \left(- \int_t^u r_c(v) dv \right) (r_F(u) - r_C(u)) V^+(u) du \right]$$

Le deuxième terme (négatif car représentant un coût) correspond à la FVA, espérance des coûts de funding des MtM* futures ($MtM^+(u) = V^+(u)$) que A doit verser en collatéral face à B, sans l'avoir perçu du côté du deal client :

Le montant $V^+(u)$ doit être emprunté, à un certain taux r_F . Comme B reverse les intérêts du collatéral à A au taux r_C , on a bien un coût globale correspondant à l'intégrale des MtM* (face au client) pondérées par le spread $r_F - r_C$. La FVA correspond à l'intégrale de ce coût sur la durée de vie du deal.

VERS UN META FRAMEWORK DES (X)VA

En considérant les taux déterministes et en rentrant l'espérance dans l'intégrale, on retrouve donc un ajustement égal à une pondération des EPE par un spread de funding. Ceci revient à discounter les EPE à un certain taux de funding, au-dessus du taux sans risque.

C'est-à-dire considérer une décote, vue d'aujourd'hui, sur les expositions futures. On voit bien ici que la notion de FVA est très proche de celle de CVA, cette dernière

correspondant à un ajustement négatif du prix du dérivé dû la perte éventuelle d'une portion des EPE en cas de défaut de la contrepartie.

Notons que, selon l'interprétation, le spread $r_F - r_C$ correspond donc soit à un niveau de funding de A (vision « économique », cf. schéma), soit un niveau de risque associé au client (risque de défaut sur la MtM non versée en collatéral).

L'interprétation de ce spread peut effectivement faire débat. Il est possible d'unifier ces deux visions en considérant le spread de funding comme un spread implicite de marché reflétant un coût de funding moyen, contenant un risque de défaut moyen du marché.

Le fait de discuter les expositions positives futures par un taux plus élevé (FVA) ou de pondérer ces mêmes expositions, ajustées de la LGD, par des probabilités de défaut sur chaque intervalle (CVA), sont deux concepts qui se recoupent. Il faut donc définir précisément un framework de valorisation pour éviter tout double comptage.

Il s'agit alors d'exprimer le spread de funding en fonction d'un pur spread de crédit (homogène à un spread de CDS) et d'un spread de liquidité. On peut considérer ce spread comme une base bonds-CDS.

$$r_F - r_C = S_{funding} = S_{CDS} + S_{liquidity}$$

Puis, en considérant l'approximation (sur chaque intervalle issu de la discrétisation utilisée pour le calcul de la CVA) :

$$(1 - R) (P(t_{i-1}) - P(t_i)) \approx s_{CDS}(t_i)$$

CONCLUSION

Les pratiques de marché ont convergé depuis quelques années vers une valorisation des produits dérivés incorporant une composante liée au risque de contrepartie (CVA, DVA). Un ajustement au titre des coûts/gains de funding des dérivés et venu plus récemment se greffer au niveau de cette valorisation (FVA/LVA).

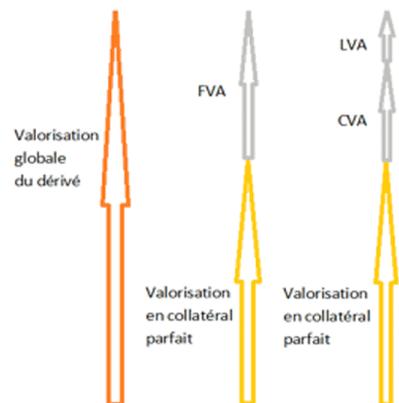
Il est alors essentiel d'aboutir à un framework global cohérent entre ces différents ajustements, afin d'éviter la prise en compte redondante de certains risques. Ceci est vrai tant au niveau de la valorisation marché des dérivés, qu'au sein des départements finance lors de la publication des comptes.

On peut alors écrire l'ajustement de FVA étant la somme de la CVA et d'un ajustement de liquidité (LVA – Liquidity Valuation Adjustment) :

$$FVA = CVA + LVA$$

La LVA correspond donc ici à l'intégrale des ENE pondérées par le spread de liquidité.

On obtient alors le découpage qui suit :



La CVA pricée par A (incluse dans la FVA) correspond, vu du client, à une DVA. En effet, le collatéral non posté par le client ne sera pas totalement remboursé par celui-ci en cas de défaut. Cette espérance de « gain » future (correspondant à la portion $(1-R)$ non payée de la MtM due au défaut) correspond bien au concept de DVA.

Si maintenant on considère une transaction avec absence totale de collatéral, la FVA devient (vu de chacune des deux contreparties) :

$$FVA = CVA + DVA + LVA$$

En théorie, cet ajustement va se retrouver dans les prix de marché, chacune des contreparties faisant payer à l'autre ses coûts espérés liés à l'absence de collatéral perçu.



59 avenue Marceau
75016 Paris

+33 156 89 56 34

www.awaleeconsulting.com

twitter.com/awaleeconsulting

linkedin.com/awaleeconsulting